



N
49
(9724)

Documento de trabajo

Un enfoque multicriterio de los
problemas de política macroeconómica

Francisco Javier André García
Emilio Cerdá Tena

No. 9724

Diciembre 1997

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

FACULTAD DE ECONOMICAS

Campus de Somosaguas

28223 MADRID

Teléfono 394 26 11 - FAX 294 26 13

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

UN ENFOQUE MULTICRITERIO DE LOS PROBLEMAS

DE POLITICA MACROECONOMICA*

Francisco Javier André García

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico II
Instituto Complutense de Análisis Económico

Emilio Cerdá Tena

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico I
Instituto Complutense de Análisis Económico

Facultad de CC. Económicas
Universidad Complutense de Madrid

Teléfono: 3942352 Fax. 3942613

Correo Electrónico: paco-andre@ccee.ucm.es

ABSTRACT

This paper presents an approach to the problems of Economic Policy from the perspective of Multiple Criteria Decision Making. Using the classical IS/LM model as the initial reference, several alternative techniques are applied in order to obtain optimal policies, depending on the multiple criteria previously defined. Several possible extensions of the model are presented, including a proposal of empirical application to the Spanish economy, using an econometric model.

RESUMEN

Se presenta una forma de abordar los problemas de Política Económica desde la perspectiva de la Decisión Multicriterio. Se utiliza como marco inicial de referencia el clásico modelo IS/LM y se emplean varias técnicas alternativas para la elección de combinaciones óptimas de políticas según los criterios establecidos por las Autoridades Económicas. También se presentan posibles extensiones del modelo y una propuesta de aplicación empírica a la economía real mediante un modelo econométrico que deriva en un problema dinámico de decisión.

n.c.: X-53-297784-9

Palabras clave: Política Económica, Programación por Metas, Programación Multiobjetivo, Programación Compromiso, Eficiencia Paretiana.

* Esta investigación ha sido parcialmente financiada con cargo al proyecto PR295/95-6073 de la Universidad Complutense de Madrid.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta una propuesta para abordar los problemas de decisión de Política Económica desde un enfoque multicriterio. La motivación es la siguiente: el Gobierno tiene a su disposición unos instrumentos de política con los que puede influir en la evolución de la economía. También tiene unos objetivos o criterios acerca de cuál es la evolución económica deseable. Un enfoque tradicional para modelizar las decisiones de política consiste en definir una función de Utilidad o Bienestar Social¹. Las dificultades para definir explícitamente esta función han llevado a la búsqueda de alternativas, entre ellas el uso de métodos multicriterio². Es evidente que los objetivos concretos planteados dependerán de la situación del país, de los medios disponibles, del entorno internacional, e incluso de la ideología y la capacidad del gobierno. Pero se puede afirmar con toda generalidad que un gobierno siempre tendrá varios criterios y que normalmente existirá algún tipo de conflicto entre ellos, es decir, no será posible en general lograr una política que favorezca el mejor resultado en todos los objetivos. De alguna forma, el Gobierno debe establecer un compromiso entre los diferentes objetivos o criterios y tomar sus decisiones de política de forma satisfactoria, una vez que se haya establecido qué se entiende por "satisfactorio". En este contexto surge de forma natural el uso de las técnicas multicriterio, diseñadas precisamente para conciliar objetivos que entran en conflicto.

Los resultados de todo problema económico están sujetos a una aleatoriedad intrínseca debida a que el objeto último de estudio es, invariablemente, la conducta de los seres humanos. Esta característica está especialmente acentuada en los problemas de Política Macroeconómica, en que se pretende lograr unos objetivos mediante el uso de diversos instrumentos de política, pero no se puede precisar con exactitud cuáles serán los resultados finales, que dependerán de la interacción de todos los agentes de la economía. Sin embargo, sí es posible captar ciertas regularidades empíricas con un modelo econométrico y tratar de aprovecharlas como orientación para aplicar políticas que, sin tener su éxito garantizado, sí proporcionen la mayor probabilidad de éxito posible. Esta observación es importante para

¹ Véase el trabajo pionero de Ramsey (1929). Más recientemente, Poole (1970), Lucas and Stokey (1983), Cooley and Hansen (1992) o Carlstrom and Fuerst (1995).

² Véase Ballesteros and Romero (1994) o Jones and Tamiz (1995) como ilustración de los métodos multicriterio como aproximación a las preferencias del decisor. En el caso concreto de la Política Macroeconómica, Spivey and Tamura (1970), Zeleny and Cochrane (1973) o Wallenius, Wallenius and Vartia (1978).

comprender cuáles son las pretensiones y el alcance de este trabajo. Se trata de ofrecer una pauta para las decisiones de política de tal modo que, dada la información histórica disponible, y suponiendo que el comportamiento de los agentes es en cierto modo estable, se puedan tomar decisiones coherentes con los objetivos planteados. Pretendemos, en todo caso, ofrecer una ayuda a la decisión para la Política Económica lo suficientemente flexible para recoger la formulación de múltiples objetivos con diferentes grados de conflicto y distintos instrumentos, pero siempre reconociendo que las conclusiones obtenidas deben tomarse como una orientación, nunca como una regla rígida de decisión.

Para ilustrar el enfoque metodológico propuesto, comenzaremos planteando un sencillo modelo teórico en que sí es posible determinar numéricamente, y con certeza, los resultados que se obtienen de cada política concreta aplicada en la economía. Este modelo se expone en el epígrafe 2. En el apartado 3, se formula explícitamente el tipo de problemas que abordamos y se resuelve con distintas técnicas multicriterio, concediendo más atención a la programación por metas porque su mayor operatividad en problemas de gran tamaño sugiere su uso como más recomendable en situaciones reales³. En el apartado 4 se mencionan algunas posibles extensiones del modelo teórico. En el apartado 5 se realiza una primera aproximación empírica por medio de un sencillo modelo estimado con datos reales, pero prescindiendo de los refinamientos econométricos necesarios. En concreto, se presenta un modelo puramente estático, ignorando la presencia de autocorrelación en los residuos e incurriendo, por tanto, en una estimación ineficiente. Dicha deficiencia se corrige en el apartado 6, en que se formula un modelo estimado eficientemente, que recoge de manera explícita las relaciones retardadas entre variables. Utilizando estas estimaciones dinámicas llegamos de forma natural a un problema dinámico de decisión. En el apartado 7 se ofrecen algunas consideraciones acerca de las limitaciones de este enfoque, relacionadas con la utilización de un modelo econométrico para tomar decisiones de política. En el apartado 8 se recogen las principales conclusiones del trabajo.

³ Para una revisión del uso de la programación por metas véase Romero (1991) o Tamiz, Jones y El-Darzi (1995)

2. UN MODELO TEÓRICO

Ilustramos el uso de las técnicas de decisión multicriterio en los problemas de política económica utilizando como marco de referencia un sencillo modelo macroeconómico. Se ha elegido el modelo IS/LM por su simplicidad, su coherencia interna y también su flexibilidad para incorporar de forma natural hipótesis económicas de distinta orientación teórica⁴. Planteamos una economía descrita por un modelo IS/LM con Sector Exterior (modelo de Mundell / Fleming) en que los precios son constantes y no hay movimientos de capitales entre países (aunque sí hay movimientos de mercancías).

Este modelo, en su versión más elemental, está concebido para describir tan sólo una parte de la economía: La Demanda Agregada; suponiendo que la Oferta es completamente elástica al nivel de Precios y se adapta a la cantidad demandada. De esta forma, se incorpora el supuesto de constancia de Precios, o lo que es lo mismo, que el nivel de Producción y de Renta se determina en el lado de la Demanda y el nivel de Precios se determina por el lado de la Oferta. En el apartado 4 se propone una relajación de este supuesto.

El modelo consta de dos piezas fundamentales: el Mercado de Bienes y Servicios (cuyo equilibrio describe la función IS) y el Mercado de Activos Financieros y de Dinero (representado en la curva LM). La interacción de ambos mercados determina el equilibrio conjunto de la economía, que está configurado por unos valores concretos de la Renta (Y) y el Tipo de Interés (i), de los que a su vez se obtienen los niveles de Consumo, Inversión y Demanda de Dinero. Todas las variables que acabamos de nombrar son **endógenas**, es decir, sus valores se determinan como resultado del propio modelo. Las variables de Política Económica, tales como el Gasto Público, los Impuestos, las Transferencias concedidas al Sector Privado, y la Oferta Monetaria entran como variables **exógenas**: se fijan fuera del modelo y afectan a los valores finales de equilibrio que tomarán las endógenas.

⁴ Hicks (1937)

2.1. El mercado de Bienes y servicios

La Demanda Agregada⁵ (DA) está compuesta por la suma del Consumo Privado de Bienes y Servicios (C), la Inversión Privada (I), el Gasto Público en Bienes y Servicios (G) y la diferencia entre las Exportaciones (X) y las Importaciones (IM) de Bienes y Servicios, es decir, el saldo de la Balanza por Cuenta Corriente ($XN = X - IM$), que en una economía sin movimientos de capital, es igual al saldo total de la Balanza de Pagos:

$$DA = C + I + G + XN \quad [1]$$

En el modelo, el Consumo Privado se determina como una función de la Renta Disponible:

$$C = C_0 + c \cdot Y_D \quad [2]$$

$$Y_D = Y - I_D + TR \quad [3]$$

donde C_0 es el llamado Consumo Autónomo, es decir, aquel nivel de consumo que los agentes de la economía mantienen independientemente de su nivel de renta; Y_D es la Renta Disponible, definida como la Renta Nacional (Y), menos los Impuestos Directos (I_D) y más las Transferencias concedidas por el Sector Público al Sector Privado (TR). El parámetro c se conoce como Propensión Marginal a Consumir, tiene un valor comprendido entre 0 y 1 y recoge la cuantía en que aumenta el Consumo ante un incremento infinitesimal de la Renta Disponible, o dicho de otro modo, la pendiente de la función de consumo.

Por su parte, la Inversión depende negativamente del Tipo de Interés Real existente en la economía, suponiendo que éste es único, mediante la siguiente función lineal:

$$I = I_0 - b \cdot i \quad [4]$$

⁵ A lo largo de todo el trabajo, cuando hablemos de Renta, Consumo, Inversión, Demanda, Tipo de Interés, etc. nos estaremos refiriendo a estas variables en términos reales.

siendo I_0 la Inversión Autónoma, i el Tipo de Interés y b un parámetro positivo que mide la sensibilidad de la Inversión al Tipo de Interés, es decir, la pendiente de la función de inversión.

En cuanto al Sector Exterior, su saldo está influido, básicamente, por dos variables: el nivel de Renta y el Tipo de Cambio Real (R):

$$XN = XN_0 - m \cdot Y + v \cdot R \quad [5]$$

XN_0 es el Saldo Autónomo de la Balanza de Pagos, cuyo valor está determinado por aquellas partidas "rígidas" del comercio exterior, que no dependen de la Renta ni del Tipo de Cambio. Es habitual considerar las exportaciones como exógenas e incluirlas en XN_0 , dejando que las Importaciones sean las únicas que varíen, de modo que el Saldo Exterior tome un valor u otro. Un aumento en el nivel de Renta, como medida de la actividad productiva y la riqueza de la economía, determina que haya mayor necesidad de productos importados y por tanto un empeoramiento en el Saldo Exterior. El parámetro m mide la sensibilidad de las Importaciones al nivel de Renta y se conoce como Propensión Marginal a Importar. Por su parte, el Tipo de Cambio Real se define como el Tipo de Cambio Nominal (TC) por el cociente entre los Precios Exteriores (P^*) y los Precios Interiores (P):

$$R = TC (P^*/P) \quad [6]$$

Un aumento de R supone una mejora en la *competitividad exterior* de nuestra economía, ya sea porque nuestros precios han crecido proporcionalmente menos que los precios extranjeros o porque nuestra moneda se ha depreciado frente a otras monedas internacionales. v mide la sensibilidad de dicho saldo a las variaciones en el Tipo de Cambio Real.

En la ecuación [1], G es una variable exógena cuyo valor no se determina dentro del modelo, sino que viene dado por la decisión del Sector Público. Constituye una de las variables de Política Económica, junto con TR (las Transferencias) e I_D (Los Impuestos Directos). Llamaremos T a la diferencia $I_D - TR$, es decir, los Impuestos Directos recaudados

por el Sector Público menos las Transferencias entregadas por éste al Sector Privado. Por tanto, la Renta Disponible se puede expresar como: $Y_D = Y - T$. Además, consideraremos que el régimen cambiario imperante en la economía permite utilizar también el Tipo de Cambio como un parámetro de Política Económica.

El equilibrio en el Mercado de Bienes vendrá dado por la igualdad entre la Demanda Agregada y la Oferta Agregada, que puede medirse por el Producto Nacional Bruto. Si suponemos que no existe Depreciación ni Impuestos Indirectos, entonces podemos identificar el valor de la Producción con el valor de la Renta Nacional y el equilibrio agregado vendrá dado por la igualdad:

$$Y = DA = C + I + G + XN \quad [7]$$

Sustituyendo las ecuaciones [2], [3], [4] y [5] en [7] y reordenando, obtenemos la expresión de la función IS, que describe el equilibrio en el mercado de bienes:

$$Y = \frac{1}{1-c+m} [C_0 - c.T + I_0 + G + XN_0 - b.i + v.R] \quad [8]$$

o bien:

$$Y = \alpha [A_0 - b.i + v.R] \quad [9]$$

donde $\alpha = 1/(1-c+m)$ se conoce como el "Multiplicador del Gasto Autónomo" y $A_0 = C_0 - c.T + I_0 + G + XN_0$ recoge el valor de todas las variables autónomas. La ecuación [9] describe una recta con pendiente negativa en el plano (Y, i) . La IS se define como «el lugar geométrico de las infinitas combinaciones de Renta y Tipo de Interés que producen equilibrio en el Mercado de Bienes y Servicios».

2.2. El mercado de Activos y de Dinero

La otra pieza esencial del modelo es una descripción del equilibrio en el Mercado de Dinero⁶, que viene dado por la llamada función LM. En este caso el equilibrio lo determina la igualdad entre la Oferta y la Demanda de Dinero. Suponemos que la Oferta de Dinero es una cantidad M , definida por decisión de la autoridad monetaria y el cociente entre la Oferta de

⁶ Suponiendo que sólo hay dos alternativas para mantener riqueza financiera: el dinero y los bonos, la ley de Walras garantiza que si el mercado de dinero está en equilibrio también lo estará el mercado de bonos.

Dinero en Términos Nominales y el Nivel de Precios determina la Oferta de Dinero en Término Reales: (M/P) .

Por su parte, la Demanda de Dinero depende positivamente del nivel de Renta y negativamente del Tipo de Interés, recogiendo las tres componentes de la Demanda de Dinero sugeridas por Keynes: por «motivo transacción» y «motivo precaución» en el primer caso y por «motivo especulación» en el segundo⁷:

$$L = kY - h.i \quad [10]$$

siendo L , la Demanda de Dinero en término reales y k y h dos parámetros positivos que recogen la sensibilidad de la Demanda de Dinero a la Renta y al Tipo de Interés respectivamente.

El equilibrio vendrá dado por la igualdad entre la Oferta y la Demanda de dinero:

$$\frac{M}{P} = kY - h.i \quad [11]$$

o bien:

$$i = \frac{1}{h} \left(kY - \frac{M}{P} \right) \quad [11']$$

La ecuación [11] es la expresión de la recta LM, que se define como «el lugar geométrico de las infinitas combinaciones de Renta y Tipo de Interés que producen equilibrio en el Mercado de Activos y de Dinero». Se trata de una recta con pendiente positiva, ya que un aumento en la Renta requiere una disminución en el Tipo de Interés para conservar la igualdad entre la Demanda y la Oferta de Dinero.

2.3. Equilibrio Conjunto del Modelo

Hemos descrito dos equilibrios parciales: uno en el Mercado de Bienes y otro en el Mercado de Dinero. El Equilibrio Conjunto requiere que se den ambos a la vez y estará compuesto por una única combinación de Renta y Tipo de Interés determinada por la

⁷ Véase, por ejemplo, Galindo y Martín (1992), cap. 1.

intersección de la recta IS y la LM. Sustituyendo la ecuación [11'] en [9] y reordenando convenientemente se puede llegar a las siguientes expresiones que constituyen la *Forma Reducida del modelo*:

$$Y = \frac{h\alpha}{h+\alpha.b.k} A_0 + \frac{h\alpha.v}{h+\alpha.b.k} R + \frac{\alpha.b}{h+\alpha.b.k} \frac{M}{P} \quad [12]$$

$$i = \frac{k\alpha}{h+\alpha.b.k} A_0 + \frac{k\alpha.v}{h+\alpha.b.k} R - \frac{1}{h+\alpha.b.k} \frac{M}{P} \quad [12']$$

Introduciendo los valores de las variables exógenas en [12] y [12'] obtendremos los valores de equilibrio de la Renta y el Tipo de Interés, y utilizando las ecuaciones [2], [3], [4] y [5] también podremos conocer los valores de equilibrio del Consumo Privado, la Inversión Privada y el Saldo Exterior en el equilibrio conjunto.

2.4. Un Ejemplo Numérico

Para poder aprovechar toda la estructura formal expuesta en este apartado como una referencia para la Política Económica, vamos a especificar una forma concreta de las funciones de Consumo, de Inversión, de Demanda de Dinero y del Saldo Exterior. El ejemplo está sacado del libro de Dornbusch y Fischer (1990) con algunas modificaciones:

$$\begin{aligned} C &= 50 + 0.8 Y_d \\ I &= 900 - 50 i \\ XN &= 250 - 0.2 Y + 5 R \\ L &= 0.25 Y - 62.5 i \end{aligned} \quad [13]$$

Sustituyendo los valores de las funciones descritas en [13] en las igualdades [12] y [12'] y reordenando las expresiones resultantes podemos llegar a:

$$Y = 2004 - 1.34 T + 1.67 G + 8.35 R + 1.33 \frac{M}{P} \quad [14]$$

$$i = 8 - 0.0053 T + 0.007 G + 0.03 R - 0.01 \frac{M}{P} \quad [14']$$

Hemos conseguido expresar las dos variables endógenas claves de nuestro modelo como funciones lineales de todas las variables de Política Económica. En la siguiente sección proponemos una posible metodología de toma de decisiones de Política para el Sector Público basada en la Programación por Metas.

3. PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

3.1. Consideraciones Previas

Supongamos que el Gobierno conoce todas las ecuaciones que describen el funcionamiento de la economía y quiere aprovechar esta información para elegir óptimamente los valores de sus variables de Política, que serán: el Gasto Público (G), los Impuestos netos de Transferencias (T), la Oferta Monetaria (M) y el Tipo de Cambio.⁸ Supongamos también que el Gobierno tiene interés en lograr los siguientes objetivos:

- Que el nivel de Consumo Privado sea lo mayor posible.
- Que el nivel de Inversión Privada sea lo mayor posible.
- Que el Saldo de la Balanza de Pagos sea lo más favorable posible.
- Que el Superávit Público sea lo mayor posible (o bien, que el Déficit Público sea lo menor posible).

Si hubiese una solución que proporcionara un nivel óptimo de todos los objetivos, esa sería sin duda la preferida por el Gobierno. Sin embargo, es de esperar que los cuatro objetivos arriba descritos entren en algún tipo de conflicto y no se puedan lograr todos a la vez en grado máximo. De confirmarse esta impresión, nos encontraríamos ante un típico caso en que se precisa del uso de algún enfoque multicriterio. Dada la dimensión del problema, éste sería perfectamente abordable por cualquiera de las técnicas al uso: Programación Multiobjetivo, Programación Compromiso o Programación por Metas⁹. Sin embargo, teniendo en cuenta que en un problema real de Política Macroeconómica, las dimensiones

⁸ Puesto que hemos supuesto precios fijos, cualquier aumento (disminución) en la Oferta Monetaria en Términos Nominales se traduce en un aumento (disminución) de la Oferta Monetaria en Términos Reales. La misma consideración es válida para el Tipo de Cambio Nominal y el Tipo de Cambio Real.

⁹ Por otra parte, Wallenius, Wallenius y Vartia (1978) proponen la resolución de problemas de Política Macroeconómica mediante técnicas multicriterio interactivas.

pueden ser mucho mayores nos hemos decantado por la **Programación por Metas**, que ofrece una mayor operatividad en problemas de gran tamaño. Además, conceptualmente este enfoque parece prestarse de manera más natural a la forma en que los gobiernos fijan sus objetivos: no buscando niveles óptimos de las variables económicas, sino tratando de satisfacer determinadas metas o niveles deseados de dichas variables. De todas formas, al final del apartado se presentan también los resultados obtenidos mediante la aplicación de las otras técnicas al ejemplo.

Antes de plantear y resolver el problema, conviene cerciorarse de que, efectivamente, hay algún grado de conflicto entre los objetivos. Para ello, una vez definidas con precisión las funciones objetivo relevantes para el caso, construiremos la **Matriz de Pagos** del problema.

Sustituyendo [14] y [14'] en [2], [4] y [5], obtenemos las expresiones correspondientes para el Consumo, la Inversión y el Saldo Exterior en función de las variables de política:

$$C = 1653.2 - 1.872 T + 1.34 G + 1.064 \frac{M}{P} + 6.68 R \quad [15]$$

$$I = 504 + 0.27 T - 0.33 G + 0.53 \frac{M}{P} - 1.67 R \quad [15']$$

$$BP = -150.8 + 0.27 T - 0.33 G - 0.27 \frac{M}{P} + 3.33 R \quad [15'']$$

En cuanto al cuarto objetivo, el del Superávit Público, éste se define como los ingresos del Gobierno menos los gastos. En este caso, podemos expresarlo como la diferencia entre los Impuestos netos de Transferencias (T) y el Gasto Público en Bienes y Servicios (G):

$$SP = T - G \quad [15''']$$

Supongamos que el Gobierno está sujeto a las siguientes **restricciones**:

- El Gasto Público no debe pasar de 900 unidades.
- La Oferta Monetaria debe estar comprendida entre 400 y 700 unidades.
- Para no incrementar en exceso la presión fiscal, el nivel de Impuestos netos de Transferencias no debe pasar de 1000 unidades.

- Los convenios internacionales le obligan a mantener el Tipo de Cambio Real entre 100 y 150.

Es decir:

$$\begin{aligned} G &\leq 900 \\ 400 &\leq \frac{M}{P} \leq 700 \\ T &\leq 1000 \\ 100 &\leq R \leq 150 \end{aligned} \quad [16]$$

Para construir la Matriz de Pagos se resuelve el problema de maximizar cada uno de los cuatro objetivos (C , I , BP , SP) individualmente, incluyendo los demás como *identidades contables* que se incorporan al conjunto de restricciones [16]. Así, el primero de los problemas sería:

Max C

s.a:

[15], [15'], [15''], [15'''], [16]

y lo mismo para el resto de los objetivos. De este modo obtenemos los siguientes resultados:

	CONSUMO	INVERSION	BP	SP
CONSUMO	4606.0	327.5	-137.3	-900
INVERSION	1194.0	978.0	263.2	1000.0
BP	1208.0	735.5	510.7	1000.0
SP	874.8	819.0	344.2	1000.0

Tabla 1: Matriz de Pagos del problema.

Cada fila de la tabla 1 presenta los valores de las funciones objetivo correspondientes a uno de los cuatro problemas de optimización propuestos. La diagonal principal contiene los valores óptimos de cada objetivo, que constituyen el llamado «punto ideal» (en este caso, compuesto por un Consumo de 4606, una Inversión de 978, un Saldo positivo de la Balanza de Pagos igual a 510.7 y un Superávit Público de 1000). Por su parte, el peor valor de cada columna es lo que se conoce como el «punto anti-ideal» (en este caso un Consumo de

874.8, una Inversión de 327.5, un Saldo negativo de la Balanza de Pagos de 137.3 y un déficit público de 900).

Observando estos resultados podemos constatar, en primer lugar, que en este ejemplo hay un cierto grado de conflicto entre los objetivos, y en segundo lugar, que el conflicto está centralizado básicamente en el Consumo. En efecto: la maximización de dicha variable exige que todos los demás objetivos obtengan el peor de los valores, mientras que la optimización de cualquiera de los otros hace que el Consumo caiga hasta una cuarta o una quinta parte de su valor óptimo. Por su parte, la Inversión y el Saldo de la Balanza de Pagos ofrecen un grado de conflicto intermedio. El mejor valor de la Inversión (978.0) se logra a costa de reducir el Superávit Exterior casi a la mitad de su valor ideal, mientras que la optimización del Saldo Exterior requiere un descenso de la inversión en 242.5 unidades, es decir, un cuarto de su valor óptimo. Como caso extremo se encuentra el Superávit Público, que presenta un grado de conflicto nulo con los objetivos de Inversión y Balanza de Pagos. De hecho, el Saldo más favorable del Presupuesto Público (+1000) es perfectamente compatible con la optimización de cualquiera de ellos por separado. Si el Sector Público no tuviese interés en maximizar el Consumo Privado, sino sólo la Inversión, el Superávit Exterior y su Superávit Presupuestario, entonces, el último objetivo vendría dado como un subproducto de la optimización de cualquiera de los otros dos sin necesidad de incluirlo explícitamente como parte del programa de decisión multicriterio. Lógicamente este no es el caso, puesto que si el Gobierno pretende aumentar el bienestar del país, no puede de ningún modo dejar de considerar el nivel de Consumo como un objetivo prioritario.

El conocimiento de la estructura del modelo nos permite detectar a qué obedece la peculiaridad del Consumo frente a los otros objetivos. Es fácil comprobar que una Política Fiscal expansiva (es decir, elevar el Gasto Público y reducir los Impuestos) sólo afecta positivamente al Consumo, mientras que perjudica directamente al Saldo Presupuestario del Sector Público, a la Inversión elevando el tipo de interés de equilibrio y produciendo el conocido *efecto expulsión* o "*crowding-out*", y también a la Balanza de Pagos incrementando la Renta y por tanto las Importaciones.

Independientemente de su origen, se ha comprobado que existe cierto grado de conflicto entre los objetivos, y en algún caso, un conflicto de considerable importancia. Ello

hace que tenga sentido la aplicación de una técnica de decisión multicriterio. En concreto, nos centramos en la Programación por Metas por los motivos que se han expuesto más arriba.

3.2. Problema de decisión mediante la Programación por Metas.

Supongamos que el Gobierno, aceptando que no puede lograr el valor óptimo de todos sus objetivos, establece unos niveles de aspiración cuyo logro considera prioritario:

- El Consumo Privado debe tener un valor, al menos, de 2000 unidades ($C \geq 2000$).
- La Inversión no debe ser inferior a 700 unidades ($I \geq 700$).
- No se desea tener una Balanza de Pagos deficitaria ($BP \geq 0$).
- El Presupuesto Público debe estar, al menos, equilibrado ($SP \geq 0$).

Definimos n_i , p_i , las variables de desviación negativa y positiva respectivamente del atributo i , para completar la formulación definitiva de las metas. Como todos los objetivos son del tipo "*mayor o igual*", las variables de desviación no deseadas son n_1 , n_2 , n_3 y n_4 . Construimos la función objetivo como la suma ponderada de dichas variables de desviación, utilizando como ponderación el inverso del recorrido (es decir, la diferencia entre el ideal y el anti-ideal) de cada una de ellas¹⁰. La formulación definitiva del problema es

$$\text{Min } \frac{1}{4606 - 874.8} n_1 + \frac{1}{978 - 327.5} n_2 + \frac{1}{510.7 + 137.3} n_3 + \frac{1}{1000 + 900} n_4$$

s.a:

$$C + n_1 - p_1 = 2000$$

$$I + n_2 - p_2 = 700$$

$$BP + n_3 - p_3 = 0$$

$$SP + n_4 - p_4 = 0$$

$$[15], [15'], [15''], [15'''], [16]$$

[P1]

El cuadro 1 recoge los resultados del Problema [P1]¹¹:

¹⁰ Para evitar que la solución esté sesgada hacia el cumplimiento de los objetivos con un mayor nivel de aspiración, en la Programación por Metas se suele normalizar la función objetivo dividiendo cada una de las variables de desviación por el correspondiente nivel de aspiración. En este caso tenemos el problema de que el nivel de aspiración de BP y SP son iguales a cero, y debemos buscar una normalización alternativa. Por otra parte, la normalización por sí misma no incorpora ningún juicio acerca de qué objetivo tiene mayor peso en las preferencias del centro decisor. Dichas preferencias podrían incluirse como ponderaciones adicionales.

¹¹ A lo largo del trabajo, diremos muchas veces expresiones como "la solución del problema es..." A

C = 2000	I = 700	BP = 174.53	SP = 434.931
$n_1 = 0$	$n_2 = 0$	$n_3 = 0$	$n_4 = 0$
$p_1 = 0$	$p_2 = 0$	$p_3 = 174.53$	$p_4 = 434.931$
T = 434.931	G = 0	M/P = 463.337	R = 100

Cuadro 1: Solución del problema [P1]

Uno de los "temas críticos"¹² de la Programación por Metas es su potencial capacidad para generar soluciones no eficientes, es decir, dominadas en sentido de Pareto. Por este motivo, siempre que se resuelve un problema mediante esta técnica es conveniente comprobar si dicha solución es eficiente o no. Aplicamos a la solución del Cuadro 1 un **Test de Eficiencia** consistente en maximizar la suma ponderada las variables de desviación opuestas a las no deseadas incluyendo la restricción de que no debe degradarse el logro de ninguno de los objetivos del problema respecto a la solución original¹³, es decir:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \frac{1}{4606 - 874.8} p_1 + \frac{1}{978 - 327.5} p_2 + \frac{1}{510.7 + 137.3} p_3 + \frac{1}{1000 + 900} p_4 \\ \text{s.a:} & \\ & C - p_1 = 2000 \\ & I - p_2 = 700 \\ & BP - p_3 = 174.53 \\ & SP - p_4 = 434.53 \\ & [15], [15'], [15''], [15'''], [16] \end{aligned} \quad [P2]$$

En el cuadro 2 se presentan los resultados del "test" de eficiencia [P2]. Esta solución domina a la primera en sentido de Pareto, lo cual revela que aquella era ineficiente, y por tanto no elegible por un decisor racional.

menudo deberíamos decir "una posible solución es...", ya que muchos de los problemas que se presentan tienen óptimos alternativos. El presente caso es uno de ellos, como veremos en seguida.

¹² Véase Romero (1991)

¹³ Véase Romero (1993) cap. 6

C = 2000	I = 826.42	BP = 361.62	SP = 747.86
$n_1 = 0$	$n_2 = 0$	$n_3 = 0$	$n_4 = 0$
$p_1 = 0$	$p_2 = 126.42$	$p_3 = 187.09$	$p_4 = 312.93$
T = 747.86	G = 0	M/P = 700	R = 150

Cuadro 2: Test de eficiencia [P2] de la solución del problema [P1]

Hemos utilizado la versión conocida como **Programación por Metas Ponderadas**. Existe otra variante de la Programación por Metas llamada **Programación por Metas Lexicográficas**, que está especialmente indicada cuando el centro decisor asigna prioridades excluyentes a las distintas metas. A modo de ejemplo, supongamos que las preferencias del Gobierno se pueden describir del siguiente modo:

- El objetivo prioritario es obtener un Superávit Público de, al menos, 500 unidades.
- Una vez logrado el objetivo anterior, la siguiente prioridad consiste en obtener un Saldo Exterior positivo de, al menos 100 unidades.
- Por último, si ello es posible, se desea que tanto el consumo como la inversión alcancen un valor lo más cercano posible a sus respectivos ideales, de tal modo que una unidad monetaria de desfase respecto a dicho valor se considera igual de indeseable en ambas variables.

Estas preferencias se pueden formalizar con el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Lex min } & [(n_1), (n_2), (n_1 + n_2)] \\ \text{s. a:} & \\ & C + n_1 - p_1 = 4606 \\ & I + n_2 - p_2 = 978 \\ & BP + n_3 - p_3 = 100 \\ & SP + n_4 - p_4 = 500 \\ & [15], [15'], [15''], [15'''], [16] \end{aligned} \quad [P3]$$

Para encontrar la solución, utilizaremos un método secuencial que consiste en resolver, en primer lugar un problema que incluya sólo las variables de desviación no deseadas correspondientes a la primera prioridad. A continuación, otro que incluya las de las segunda prioridad sin degradar el cumplimiento de la primera y así sucesivamente¹⁴. Así, el primer problema que nos planteamos será:

$$\begin{aligned} \text{Min } n_1 \\ \text{s. a:} \\ SP + n_1 - p_1 = 500 \\ [15], [15'], [15''], [15'''], [16] \end{aligned} \quad [P3']$$

y su solución:

C = 874.8	I = 819.0	BP = 344.2	SP = 1000
$n_1 = 0$	$p_1 = 500$		
T = 1000	G = 0	M/P = 700	R = 150

Cuadro 3: Solución del problema [P3'].

Como el problema [P3'] tiene óptimos alternativos, debemos seguir con el algoritmo¹⁵, y el siguiente problema será:

$$\begin{aligned} \text{Min } n_3 \\ \text{s. a:} \\ BP + n_3 - p_3 = 100 \\ SP - p_1 = 500 \\ [15], [15'], [15''], [15'''], [16] \end{aligned} \quad [P3'']$$

pero antes de resolver [P3''], observemos en el Cuadro 3 la solución de [P3']. Puesto que BP=344.2, que es mayor que 100, es evidente que la meta correspondiente a BP ya está satisfecha y por tanto es innecesario resolver [P3''], puesto que la solución de [P3'] también lo es de [P3'']. Esta situación parece encajar con la definición de **meta redundante**, es decir,

¹⁴ Dauer y Krueger (1977), Ignizio (1978 p. 111)

¹⁵ Véase Romero(1993) cap. 4

aquella cuya inclusión no influye en la solución óptima del modelo¹⁶. Sin embargo, el hecho de que la solución no haya cambiado en esta etapa del algoritmo no garantiza que no tenga ninguna influencia en la solución última. Por tanto, la mantenemos hasta el final antes de afirmar que, efectivamente es una meta redundante. El siguiente problema será:

$$\begin{aligned} \text{Min } n_1 + n_2 \\ \text{s. a:} \\ C + n_1 - p_1 = 4606 \\ I + n_2 - p_2 = 978 \\ BP - p_3 = 100 \\ SP - p_4 = 500 \\ [15], [15'], [15''], [15'''], [16] \end{aligned} \quad [P3''']$$

que da como resultado:

C = 2464	I = 759.5	BP = 294.7	SP = 500
$n_1 = 2142$	$n_2 = 218.5$	$n_3 = 0$	$n_4 = 0$
$p_1 = 0$	$p_2 = 0$	$p_3 = 194.7$	$p_4 = 0$
T = 500	G = 0	M/P = 700	R = 150

Cuadro 4: Solución del problema [P3'''].

Si resolvemos [P3'''] excluyendo la meta correspondiente a la Balanza de Pagos, se obtiene exactamente la misma solución. Por tanto, se confirma la sospecha de que dicha meta es redundante y se podría eliminar sin afectar a la solución. Por otra parte, aplicando el "test" de eficiencia presentado más arriba se comprueba que esta solución es eficiente.

Una observación interesante respecto a la solución de [P3'] y [P3''] y la de [P3''']: si miramos el valor que alcanza la Inversión en ambos cuadros, vemos que en el segundo caso es menor que en el primero, cuando todavía no se había introducido explícitamente como meta. Este fenómeno se produce porque la Inversión y el Consumo entran juntos en la función objetivo y ya hemos descrito el fuerte conflicto entre ambos; conflicto que es mucho menor entre I, BP y SP.

¹⁶ Amador and Romero (1989)

3.3. Otros métodos Multicriterio

Para terminar este apartado, exponemos las soluciones que se obtienen resolviendo el problema de Política Económica mediante otros enfoques multicriterio, como son la Programación Multiobjetivo y la Programación Compromiso.

La Programación Multiobjetivo pretende delimitar el "Conjunto Eficiente", es decir, extraer del conjunto de soluciones factibles aquellas que no están dominadas en sentido de Pareto por ninguna otra solución. Utilizando el Método de las Ponderaciones, hemos obtenido el siguiente conjunto de puntos eficientes¹⁷

CONSUMO	INVERSION	BP	SP
4606.0	327.5	-137.3	-900
3400.0	624.5	159.7	0.0
1528.0	894.5	429.7	1000.0
1208.0	735.5	510.7	1000.0
1194.0	978.0	263.2	1000.0

Tabla 2: Conjunto de Puntos Eficientes obtenido por el Método de las Ponderaciones

Se comprueba fácilmente que ninguna de las combinaciones presentadas en la Tabla 2 está dominada en sentido de Pareto por otra (como corresponde a toda solución eficiente). Por otra parte, se observa que las filas primera, cuarta y quinta se corresponden con sendas filas de la matriz de pagos, generada al principio de este apartado.

Por su parte, la Programación Compromiso proporciona la solución que está más cerca del punto ideal de acuerdo a una métrica determinada¹⁸. En concreto, veamos cuál es la solución generada por este enfoque en dos de los casos más célebres: el de la distancia L_1 o "distancia Manhattan" y el de la distancia infinito o "distancia Chebyshev":

¹⁷ Cada línea de la tabla corresponde a la solución de un problema de Max $(W_1C + W_2I + W_3BP + W_4SP)$, con las restricciones habituales, ensayando distintos sistemas de pesos o ponderaciones $\{W_1, W_2, W_3, W_4\}$ (Véase Romero(1993) cap. 2)

¹⁸ Romero (1993) cap. 3

En el primer caso, el problema consiste en minimizar la suma ponderada de los grados de proximidad de los atributos a sus valores ideales, normalizados por la diferencia entre el valor ideal y anti-ideal de cada objetivo. Suponiendo que todos los objetivos están ponderados por igual, en nuestro caso tendríamos:

$$\text{Min } \frac{4606 - C}{4606 - 874.8} + \frac{978 - I}{978 - 327.5} + \frac{510.7 - BP}{510.7 + 137.3} + \frac{1000 - SP}{1000 + 900}$$

s. a: [P4]

$$[15], [15'], [15''], [15'''], [16]$$

La solución se presenta en el siguiente cuadro, donde d_1, d_2, d_3 y d_4 representan las desviaciones normalizadas de cada objetivo respecto a su valor ideal en la solución, y D el valor de la función objetivo, es decir, la suma de dichas desviaciones. Esta solución coincide con la tercera fila de la Tabla 2, confirmando que la resolución del problema [P4] genera una solución eficiente.

C = 1528.02	I = 894.5	BP = 429.7	SP = 1000
$d_1 = 0.8249$	$d_2 = 0.1284$	$d_3 = 0.1250$	$d_4 = 0.000$
D = 1.0783			
T = 1000	G = 0	M/P = 700	R = 150

Cuadro 5: Solución Compromiso con la métrica 1 (Problema [P4]).

Si aplicamos la Programación Compromiso utilizando la métrica infinito, también ponderando todos los objetivos por igual, estaremos resolviendo un problema como [P5]:

$$\text{Min } d$$

s. a: [P5]

$$d_1, d_2, d_3, d_4 \leq d$$

$$[15], [15'], [15''], [15'''], [16]$$

donde d_1, d_2, d_3 y d_4 tienen la misma definición que en [P4].

Los resultados aparecen en el Cuadro 6:

C = 2950.97	I = 689.46	BP = 223.27	SP = 238.87
d ₁ = 0.4436	d ₂ = 0.4436	d ₃ = 0.4436	d ₄ = 0.4006
d = 0.4436	d ₁ + d ₂ + d ₃ + d ₄ = 1.7314		
T = 238.87	G = 0	M/P = 700	R = 149.72

Cuadro 6: Solución Compromiso con la métrica infinito (Problema [P5]).

Las soluciones de [P4] y [P5] son ambas eficientes, pero se diferencian en que la primera se ha obtenido minimizando la suma total de las desviaciones, independientemente de cuál sea su composición, mientras que la segunda busca "minimizar la máxima desviación" y por tanto, una "solución equilibrada". Obsérvese que en la solución de [P5] la suma de las desviaciones es mayor que en la de [P4], pero a cambio tiene la virtud de que ninguna de ellas es mayor de 0.4436, mientras que en [P4] el Consumo sufre una desviación de 0.825 respecto a su valor ideal¹⁹.

En este epígrafe hemos presentado diferentes opciones para la resolución de problemas de Política Económica. Cada una de las variantes presenta unas características que lo harán más o menos indicado dependiendo de las características del problema concreto y de las preferencias del centro decisor (en este caso el Sector Público)

4. AMPLIACIONES DEL MODELO

Hemos descrito una economía extremadamente sencilla a fin de ilustrar la posible utilidad de los enfoques multicriterio en la resolución de problemas de Política Macroeconómica. El modelo se puede enriquecer de forma inmediata relajando uno o varios de los supuestos que incorpora. Mencionemos algunas de las extensiones más naturales:

4.1. Precios flexibles

Una de las mayores carencias en cuanto a realismo del modelo presentado, estriba en el supuesto de que los Precios son constantes. Sin embargo, es bien sabido que el control de los Precios y la Inflación es uno de los principales objetivos de la Política Económica de cualquier país. Se puede contemplar el Nivel de Precios como una variable endógena del modelo sin más que añadir una función de Oferta Agregada. La ecuación [12] del Equilibrio Conjunto en los Mercados de Bienes y de Dinero, es la expresión de la Demanda Agregada, que relaciona la Producción y la Renta de forma inversa. Postulando una función de oferta, podremos igualar las dos y determinar los valores de equilibrio para Y y P .

La dificultad básica que ofrece la utilización de este resultado para incluirlo en nuestros programas es la no-linealidad de la función de demanda. Una posible forma de resolver este inconveniente es mediante su linealización. Por ejemplo, un desarrollo de Taylor de primer orden alrededor del valor $P=1$ ²⁰ daría como resultado:

$$Y \cong [DA]_{P=1} + \left[\frac{\partial DA}{\partial P} \right]_{P=1} (P - 1)$$

$$Y \cong \frac{h \cdot \alpha}{h + \alpha \cdot b \cdot k} A_0 + \frac{h \cdot \alpha \cdot v}{h + \alpha \cdot b \cdot k} R + \frac{\alpha \cdot b}{h + \alpha \cdot b \cdot k} \frac{M}{1} - \frac{\alpha \cdot b}{h + \alpha \cdot b \cdot k} \frac{M}{1} (P - 1) \quad [17]$$

Supongamos que la Oferta Agregada es una función lineal:

$$Y = S_0 + s \cdot P \quad [18]$$

y la función inversa de Oferta:

$$P = \frac{Y - S_0}{s} \quad [18']$$

donde S_0 es una constante y $s > 0$ es la pendiente de la Función de Oferta Agregada. Sustituyendo [18'] en la función de Demanda Agregada linealizada [17] se obtiene la expresión de la renta de equilibrio determinada por la Oferta y la Demanda:

¹⁹ Nótese que, por construcción, todas las desviaciones están comprendidas entre 0 y 1.

²⁰ Si tomamos como P un Índice General de Precios, sería razonable normalizarlo a 1 y linealizar en torno a este valor.

$$Y = \frac{h\alpha(A_0 + vR) + \alpha b.M}{h + \alpha.b.k} - \frac{\alpha.b}{h + \alpha.b.k} M \left(\frac{Y - S_0}{s} - 1 \right) \quad [19]$$

Reordenando [19] se obtiene la forma reducida para la Renta de equilibrio, y sustituyendo ésta en [18], la expresión del Precio de equilibrio. Ambas variables, en función de los instrumentos de Política Económica se pueden introducir ahora en cualquiera de las versiones de problemas de optimización sugeridos en el apartado anterior.

4.2. Impuestos dependientes de la Renta

Otra de las importantes simplificaciones que hemos incorporado ha sido la de tomar los Impuestos netos de Transferencias como una cantidad fija, T . Los mecanismos del modelo son algo distintos cuando los impuestos y/o las Transferencias se hacen depender de la Renta. Es frecuente introducir los Impuestos como una proporción constante, $T = t.Y$, siendo t el Tipo Impositivo. Con esta modificación, la expresión del Equilibrio en el Mercado de Bienes (ecuaciones [9] y [9']) registra un cambio en la forma de α , el multiplicador del Gasto Autónomo, que ahora es:

$$\alpha = \frac{1}{1 - c(1 - t) + m} < \frac{1}{1 - c + m} \quad [20]$$

Los efectos de las distintas políticas sobre la renta y por tanto sobre el Presupuesto Público son diferentes ahora que el instrumento de política es el tipo t . Esta ampliación da lugar a expresiones no lineales de las variables endógenas en función de t .

4.3. El Mercado de Trabajo

Otra de las preocupaciones tradicionales de la Política Macroeconómica es el nivel de desempleo. Para introducir este objetivo de forma natural en nuestro modelo, es necesario representar formalmente el Mercado de Trabajo mediante sendas expresiones de la Oferta y la Demanda de Trabajo, así como de los Salarios y el Empleo de Equilibrio y buscar sus formas reducidas en función de las variables de política.

4.4. Otros cambios

El marco general que hemos expuesto es inmediatamente adaptable para describir situaciones como:

- El instrumento de Política Monetaria podría ser el Tipo de Interés y no la Oferta Monetaria.
- En un régimen con Tipo de Cambio Flexible, éste no debería modelizarse como un instrumento de Política Económica, sino como una variable endógena más.

5. UNA PRIMERA APROXIMACIÓN EMPÍRICA

A continuación se presenta una primera aproximación empírica al problema de política macroeconómica planteado. Se ha estimado el siguiente modelo con datos de la economía española²¹:

$$\begin{pmatrix} C \\ I \\ BP \\ SP \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0475 \\ -0.5307 \\ 0.3198 \\ 0.0000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.0027 & 0.4082 & 0.1208 & -0.0291 \\ -0.0191 & 1.0813 & 0.3039 & -0.1464 \\ 0.0028 & -0.3312 & -0.0782 & 0.0283 \\ 1.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_D \\ G \\ M1 \\ TC \end{pmatrix} \quad [M1]$$

Donde C representa Consumo Privado Nacional, I , Inversión (como suma de Formación Bruta de Capital Fijo y Variación de Existencias), BP , el Saldo de la Balanza de Bienes y Servicios, SP , Superávit Público (Obtenido como la Diferencia entre Impuestos Indirectos y Consumo Público, para simplificar), G , Consumo Público Nacional, I_D , Impuestos Directos, $M1$, Oferta Monetaria, TC , Tipo de Cambio Pt./\$ en términos nominales. Todas las variables excepto TC están en términos reales. La regresión se ha realizado con datos trimestrales desde el 2º trimestre de 1977 hasta el 4º de 1995²² y utilizando la transformación necesaria en cada caso para lograr estacionariedad. Para C , I , G , I_D , $M1$, TC se ha tomado la primera diferencia regular del logaritmo neperiano, por lo tanto, los datos empleados se pueden interpretar como la tasa de crecimiento intertrimestral de cada variable.

²¹ Las tres Primeras ecuaciones son una estimación, la cuarta no es más que una identidad contable: $SP = I_D - G$.

²² La Fuente es el disco de series de la Dirección General de Previsión y Coyuntura del Ministerio de Economía y Hacienda.

En Cuanto a *BP*, se trata de la primera diferencia del saldo de la Balanza de Bienes y Servicios en Proporción al Producto Interior Bruto, y es interpretable, por tanto, como la variación en el déficit (o superávit) exterior como proporción del *PIB*.

A la vista de los coeficientes estimados se deben realizar los siguientes comentarios:

- En primer lugar, hay algunas diferencias llamativas entre el signo de algunos coeficientes y el que esperaríamos según el modelo teórico. En concreto, el parámetro asociado al tipo de cambio en la ecuación del consumo tiene signo negativo cuando esperaríamos que fuese positivo. Debe tenerse en cuenta que en el modelo teórico se incluye el tipo de cambio real, mientras que en el modelo empírico, hemos optado por el tipo de cambio nominal, que tiene la importante ventaja de ser observable. En la ecuación de la Inversión, sorprende el signo asociado a los Impuestos y al Consumo Público. Esta discrepancia se puede explicar porque en los datos empleados para la estimación se incluye Inversión total (pública y privada), mientras que en el modelo teórico sólo se contempla la Inversión Privada, que es la que se ve afectada por el efecto expulsión o "crowding-out" derivado de la mayor intervención del sector público.

- Por otra parte, la estimación econométrica presentada es claramente mejorable. En concreto, se ha estimado ignorando la presencia de autocorrelación en los residuos, por lo que las estimaciones son ineficientes. Pese a esta carencia se ha conservado conscientemente el modelo presentado como una primera aproximación a la economía real. En el apartado siguiente se presenta el resultado de una estimación eficiente, incluyendo relaciones dinámicas, con lo que se obtiene una mayor precisión y complejidad adicional del modelo.

Una vez realizadas estas precisiones, y siendo conscientes del alcance limitado de los resultados, procedamos a plantear el problema del sector público. Es claro que las restricciones a que se enfrenta el gobierno no son las mismas en cualquier momento del tiempo, sino que dependen de multitud de factores coyunturales como limitaciones presupuestarias, convenios internacionales, etc. Por lo tanto, la forma apropiada de utilizar la técnica de decisión que presentamos, sería resolver un problema multicriterio para cada periodo considerado (en este caso, para cada trimestre). Como ilustración, resolveremos el problema de un periodo genérico, como representativo de uno cualquiera de ellos.

Procedemos, a continuación, a construir la matriz de pagos. Para ello resolvemos cuatro problemas de optimización respetando dos tipos de restricciones:

1. Las ecuaciones del modelo [M1]. Debe tenerse presente que un modelo econométrico es una mera aproximación a la verdadera relación entre las variables, y por tanto, se comete un error implícito al tomar dichas ecuaciones como restricciones rígidas. Recurrimos a una relación que, sin ser exacta, se puede considerar como la mejor aproximación posible, ya que la verdadera relación no es observable.

2. En segundo lugar, las variables utilizadas como instrumentos de política deben estar acotadas dentro de un rango de factibilidad, que variará de unos periodos a otros. En el problema genérico planteado, se ha tomado como rango aceptable para cada instrumento el definido por el máximo y el mínimo alcanzado por cada uno de ellos en la muestra considerada. En la siguiente tabla se presentan dichos valores:

	G	I _b	MI	TC
MÁXIMO	0.270	5.240	0.440	1.360
MÍNIMO	-0.040	-5.180	-0.340	-0.860

Tabla 3: Máximo y Mínimo alcanzado por cada instrumento en la muestra.

Por tanto el segundo bloque de restricciones vendrá dado por:

$$-0.04 \leq G \leq 0.27$$

$$-5.18 \leq I_b \leq 5.25$$

$$-0.34 \leq MI \leq 0.44$$

$$-0.86 \leq TC \leq 1.36$$

[R]

	CONSUMO	INVERSION	BP	SP
CONSUMO	0.2499	0.0000	0.1791	-5.4500
INVERSION	0.2499	0.1198	0.1791	-5.4500
BP	-0.0636	-0.9765	0.3958	5.2800
SP	0.0952	-0.4144	0.3109	5.2800

Tabla 4: Matriz de Pagos del problema.

El punto ideal del problema así planteado consiste en una tasa de incremento del Consumo Privado del 0.25 %, un incremento de la Inversión en un 0.12%, una mejora del Saldo Exterior en un 0.4% del PIB y una reducción del Déficit Público²³ del 5.28%

Salta a la vista que el conflicto existente entre los distintos criterios tiene ahora una configuración distinta a la presentada en el modelo teórico. Tenemos dos bloques de criterios cuyo logro simultáneo es conflictivo: en primer lugar, el Consumo y la Inversión aparecen como dos criterios perfectamente compatibles entre sí y lo mismo sucede para el Saldo Exterior y el Superávit del Sector Público. Sin embargo, el valor óptimo del Consumo y/o la Inversión es claramente conflictivo con el valor óptimo del Saldo Exterior y/o el Superávit del Sector Público.

Supuesto que el gobierno concede la misma importancia a la consecución de los cuatro objetivos y que los niveles de aspiración se establecen en un 0.045 para el Consumo, 0.049 para la Inversión, 0.2 para el Saldo Exterior y -0.011 para el Superávit Público²⁴, podemos modelizar el problema del gobierno con el siguiente programa de optimización

$$\begin{aligned} \text{Min } & \frac{1}{0.2499+0.0363}n_1 + \frac{1}{0.1198+0.9765}n_2 + \frac{1}{0.3958-0.1791}n_3 + \frac{1}{5.28+5.45}n_4 \\ \text{s.a:} & \\ & \text{Ecuaciones del modelo [M1]} \\ & \text{Restricciones [R]} \\ & C + n_1 - p_1 = 0.045 \\ & I + n_2 - p_2 = 0.049 \\ & BP + n_3 - p_3 = 0.2 \\ & SP + n_4 - p_4 = -0.011 \end{aligned} \quad [P6]$$

donde la función objetivo se ha construido normalizando las variables de desviación no deseadas (en este caso las negativas) por el recorrido de cada variable objetivo. Los resultados se presentan en el siguiente cuadro, tras comprobar que pasan el "test" de eficiencia:

²³ En realidad, tal y como están definidas las variables SP no recoge exactamente la tasa de cambio del Déficit Público, sino simplemente la diferencia entre la tasa de aumento de la recaudación impositiva directa y la tasa de aumento del Consumo Público.

²⁴ Estos valores son la media muestral de cada series, excepto en el caso del Saldo Exterior, en que la media muestral estaba por debajo del valor anti-ideal, 0.1791

C = 0.2282	I = -0.0025	BP = 0.200	SP = -0.0086
n ₁ = 0	n ₂ = 0.0515	n ₃ = 0	n ₄ = 0
p ₁ = 0.832	p ₂ = 0	p ₃ = 0	p ₄ = 0
I _D = 0.2441	G = 0.2527	M1 = 0.4400	TC = -0.8600

Cuadro 7: Solución del problema [P6]

6. UN MODELO DINÁMICO

En el apartado anterior se ha presentado un modelo muy sencillo con carencias que ya se han mencionado. Una mejor representación de la información contenida en los datos requiere el reconocimiento explícito de relaciones retardadas entre las variables. En concreto, una correcta estimación econométrica necesita contemplar los siguientes aspectos:

- Nos encontramos con la presencia de autocorrelación en los residuos. La corrección de este problema nos lleva a una reformulación dinámica. En general, supongamos la siguiente ecuación:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad [21]$$

donde la perturbación ε_t no es Ruido Blanco, sino que sigue un proceso autorregresivo de orden 1:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + a_t \quad [22]$$

siendo a_t una variable Ruido Blanco. Para tener una ecuación en Y_t con perturbación Ruido Blanco se realiza una *cuasidiferenciación*, consistente en restar miembro a miembro, de la ecuación [21] un retardo de ella misma multiplicado por el parámetro autorregresivo ρ . Así obtenemos

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_0 - \rho \beta_0 + \beta_1 X_t - \rho \beta_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1} \quad [23]$$

es decir:

$$Y_t = \beta_0 (1 - \rho) + \rho Y_{t-1} + \beta_1 X_t - \rho \beta_1 X_{t-1} + a_t \quad [24]$$

- Por otra parte, en algunos casos se observa que las relaciones contemporáneas no parecen apropiadas para captar los efectos entre las distintas variables. De hecho, en varias ecuaciones parece ser que las variables de política económica afectan a los objetivos con un retardo.

También vamos a ampliar el conjunto de objetivos del gobierno, recogiendo explícitamente la Tasa de Paro, el crecimiento del Producto Interior Bruto y el nivel de Inflación como criterios básicos de Política Económica. En cuanto a los instrumentos, se han incluido, además de los mencionados en el apartado anterior los impuestos indirectos (denotados por ID)²⁵.

Supongamos que el gobierno establece los siguientes objetivos:

- Crecimiento del Producto Interior Bruto (PIB).
- Crecimiento del nivel de Inversión (I).
- Control en la Inflación (medida por la tasa de incremento del IPC)
- Control en la tasa de Paro (U)
- Control del Deficit Exterior (BP)
- Control del Déficit Público (SP)

Presentamos un conjunto de ecuaciones estimadas, cada una de las cuales incluye las variables de política que revelan mayor relación con el objetivo en cuestión. En todos los casos, no es aceptable la hipótesis de residuos ruido blanco y es necesaria una reformulación para obtener estimaciones eficientes. En el caso del PIB se han estimado las dos ecuaciones siguientes ^{26 27}:

²⁵ En el caso del paro se toma la primera diferencia de la tasa de paro, y el caso del PIB , el IPC y los Impuestos Indirectos, la primera diferencia del logaritmo.

²⁶ Entre paréntesis se ofrece la desviación típica estimada de cada parámetro.

²⁷ En las ecuaciones del PIB y la inversión también se ha incluido una variable impulso el segundo trimestre de 1980, en que se observaba un residuo atípico con un valor negativo de cuatro desviaciones típicas en el PIB y 5 desviaciones típicas en la Inversión.

$$PIB_t = 0.0009 + 0.2472 G_t - 0.0032 ID_t - 0.0024 ID_{t-1} + 0.0666 ALP_{t-1} + \hat{u}_t \quad [25]$$

(0.0020) (0.0730) (0.0012) (0.0012) (0.0316)

$$\hat{u}_t = 1.1371 \hat{u}_{t-1} - 0.2968 \hat{u}_{t-2} + \hat{u}_t \quad [26]$$

(0.1251) (0.1254)

donde ALP representa el agregado monetario *Activos Líquidos en Manos del Público* (primera diferencia del logaritmo), que se ha elegido frente a $M1$ por su mejores resultados econométricos. Cuasidiferenciando la ecuación [25] y utilizando la [26], se obtiene la relación:

$$PIB_t = 1.46 \cdot 10^{-4} + 1.1371 PIB_{t-1} - 0.2968 PIB_{t-2} + 0.2472 G_t - 0.2811 G_{t-1} + 0.0734 G_{t-2} - 0.0032 ID_t + 1.24 \cdot 10^{-3} ID_{t-1} + 1.78 \cdot 10^{-3} ID_{t-2} - 7.12 \cdot 10^{-4} ID_{t-3} + 0.0666 ALP_{t-1} - 0.0757 ALP_{t-2} + 0.0198 ALP_{t-3} + \hat{u}_t \quad [27]$$

Análogamente, para la Inversión:

$$I_t = -0.0194 + 0.9213 G_t + 0.5111 ALP_{t-1} + \hat{u}_t \quad [28]$$

(0.0086) (0.3409) (0.1338)

$$\hat{u}_t = 1.2472 \hat{u}_{t-1} - 0.4418 \hat{u}_{t-2} + \hat{u}_t \quad [29]$$

(0.1137) (0.1136)

Que resultan en:

$$I_t = -3.78 \cdot 10^{-3} + 1.2472 I_{t-1} - 0.4418 I_{t-2} + 0.9213 G_t - 1.1490 G_{t-1} + 0.4070 G_{t-2} + 0.5111 ALP_{t-1} - 0.6374 ALP_{t-2} + 0.2258 ALP_{t-3} + \hat{u}_t \quad [30]$$

Para el IPC :

$$IPC_t = 0.0005 + 0.0121 II_{t-1} + 0.1754 ALP_t + 0.4491 ALP_{t-1} + 0.0362 TC_t + \hat{u}_t \quad [31]$$

(0.0046) (0.0053) (0.1007) (0.1010) (0.0316)

$$\hat{u}_t = 0.4997 \hat{u}_{t-1} + \hat{a}_t \quad [32]$$

(0.0915)

Que se puede escribir como:

$$IPC_t = 2.5 \cdot 10^{-4} + 0.4997 IPC_{t-1} + 0.0121 \Pi_{t-1} - 6.05 \cdot 10^{-3} \Pi_{t-2} + 0.1754 ALP_t + 0.3615 ALP_{t-1} - 0.2244 ALP_{t-2} + 0.0362 TC_t - 0.0181 TC_{t-1} + \hat{a}_t \quad [33]$$

Para la tasa de paro:

$$U_t = 0.3095 - 11.9862 G_t + 0.2991 ID_t + \hat{u}_t \quad [34]$$

(0.2197) (9.1568) (0.1795)

$$\hat{u}_t = 0.5525 \hat{u}_{t-1} + 0.2519 \hat{u}_{t-2} + \hat{a}_t \quad [35]$$

(0.1207) (0.1213)

Que resultan en:

$$U_t = 0.0605 + 0.5525 U_{t-1} + 0.2519 U_{t-2} - 11.9862 G_t + 6.6224 G_{t-1} + 3.0193 G_{t-2} + 0.2991 ID_t - 0.1653 ID_{t-1} - 0.0753 ID_{t-2} + \hat{a}_t \quad [36]$$

En cuando al saldo de la Balanza de Pagos, se han estimado las siguientes ecuaciones:

$$BP_t = 0.0003 + 0.0011 \Pi_t - 0.0260 ALP_{t-1} + \hat{u}_t \quad [37]$$

(0.0014) (0.0011) (0.0229)

$$\hat{u}_t = 1.3629 \hat{u}_{t-1} - 0.5493 \hat{u}_{t-2} + \hat{a}_t \quad [38]$$

(0.1008) (0.0997)

Que se reduce a:

$$BP_t = 5.59 \cdot 10^{-5} + 1.3629 BP_{t-1} - 0.5493 BP_{t-2} + 0.0011 \Pi_t - 1.5 \cdot 10^{-3} \Pi_{t-1} + 6.04 \cdot 10^{-4} \Pi_{t-2} - 0.0260 ALP_{t-1} + 0.0354 ALP_{t-2} - 0.0143 ALP_{t-3} + \hat{a}_t \quad [39]$$

Por último, el saldo del Presupuesto Público lo definimos como:

$$SP_t = ID_t + \Pi_t - G_t \quad [40]$$

Las restricciones vienen dadas ahora por las ecuaciones [27], [30], [33], [36], [39] y [40]. Estas relaciones nos permiten abordar el problema de política desde dos puntos de vista: uno estático y otro dinámico.

El planteamiento estático es en todo equivalente al presentado en la sección anterior y en el modelo teórico. En este caso, el gobierno toma sus decisiones atendiendo al logro de unos objetivos en un momento dado t y con capacidad de decidir únicamente sobre los instrumentos de política en ese mismo instante t . La forma de proceder consistiría en tomar como dados todos los valores pasados que influyen en las relaciones y decidir únicamente sobre aquellos instrumentos que influyen contemporáneamente sobre los objetivos.

Otra forma de abordar el problema consiste en aprovechar las relaciones dinámicas entre las distintas variables. Para ello, los objetivos deben fijarse con antelación de varios periodos y elaborar un plan dinámico de política. Una forma natural de definir los objetivos del gobierno sería en términos de tasas anuales. Puesto que los datos que utilizamos están en tasas intertrimestrales. La tasa anual de cada variable no sería más que la suma de las cuatro tasas trimestrales correspondientes. Supongamos que en el periodo $t-3$ se fijan unos niveles de aspiración para el crecimiento anual del PIB, la inversión, la inflación, la Tasa de Paro, El Saldo Exterior y el Déficit Público en el periodo t . Entonces elaboraríamos un plan de política para los periodos $t-3$, $t-2$, $t-1$ y t de tal forma que se minimizase la suma ponderada de las variables de desviación no deseadas. Es decir, resolveríamos un problema del siguiente tipo

$$\text{Minimizar } k_1 n_1 + k_2 n_2 + k_3 p_3 + k_4 p_4 + k_5 n_5 + k_6 n_6$$

$$\{G_1, \dots, G_{k-1}, ID_1, \dots, ID_{k-1},$$

$$II_1, \dots, II_{k-1}, ALP_1, \dots, ALP_{k-1},$$

$$TC_1, \dots, TC_{k-1}\}$$

$$s.a.: [27], [30], [33], [36], [39], [40]$$

$$PIB_1 + \dots + PIB_{t-3} + n_1 - p_1 = PIB_{obj}$$

$$I_1 + \dots + I_{t-3} + n_2 - p_2 = I_{obj}$$

$$IPC_1 + \dots + IPC_{t-3} + n_3 - p_3 = IPC_{obj} \quad [P7]$$

$$U_1 + \dots + U_{t-3} + n_4 - p_4 = U_{obj}$$

$$BP_1 + \dots + BP_{t-3} + n_5 - p_5 = BP_{obj}$$

$$SP_1 + \dots + SP_{t-3} + n_6 - p_6 = SP_{obj}$$

donde k_i es la ponderación/normalización asociada en la función objetivo a la variable de desviación correspondiente al objetivo i , y X_{obj} es el nivel de aspiración correspondiente a la variable X .

[P7] tiene la forma de un problema dinámico de decisión, cuya solución es una senda de políticas para los periodos $t-3$, $t-2$, $t-1$ y t , y unos valores asociados de los objetivos.

7. LOS MODELOS ECONÓMICOS EN LAS DECISIONES DE POLÍTICA ECONÓMICA

El uso de los modelos econométricos para tomar decisiones de Política Económica sufrió un serio revés con la aparición del célebre artículo de R. Lucas (1976). En pocas palabras, este trabajo afirma que los modelos econométricos (y más en concreto los Modelos de Ecuaciones Simultáneas, MES a partir de ahora) son inapropiados para evaluar los efectos sobre la economía de distintas políticas alternativas. El motivo es que los valores de los parámetros estimados dependen de las acciones de los distintos agentes económico y a su vez, dichas acciones dependerán de sus percepciones acerca de las condiciones del entorno. Una de estas condiciones es la pauta que utilice la autoridad económica para tomar sus decisiones de política. Por tanto, para evaluar los efectos de diferentes políticas no se puede utilizar un modelo estimado con una información muestral observada bajo otro régimen distinto de política. El supuesto clave para llegar a esta conclusión es que los agentes económicos tienen *expectativas racionales*, lo cual quiere decir que no cometerán nunca errores sistemáticos de previsión. Así pues, serán capaces de percibir cualquier cambio en la actuación de la

autoridad económica y de adaptar sus decisiones, haciendo que los parámetros estimados del modelo carezcan de utilidad para evaluar el efecto de dichos cambios.

Se dice que un modelo es *estructural* cuando es invariante ante cambios en el entorno económico. Así, otra forma de enunciar la crítica de Lucas, es decir que los parámetros de los MES no son estructurales -a pesar de que la econometría tradicional los califique precisamente con este nombre- sino que dependen de cuál sea el régimen de política en cada momento. La solución propuesta por R. Lucas y otros autores de la escuela de las expectativas racionales consiste en formular modelos que sean realmente estructurales, es decir, que sus parámetros no se vean afectados por cambios en la política y otras condiciones del entorno económico. Y más en concreto, se propone recoger de manera explícita dentro del modelo el mecanismo de formación de expectativas.

Una reflexión posterior de C. Sims²⁸ sobre el mismo particular ha matizado de forma importante esta crítica. En concreto, Sims realiza las siguientes observaciones de crucial importancia:

La crítica de Lucas es aplicable en situaciones en las cuales la autoridad económica realiza cambios cualitativos permanentes en su forma de decidir la política económica. Sin embargo, en la práctica, este tipo de cambios no es habitual. Lo que suele ocurrir es que el gobierno mantiene una pauta de decisión más o menos estable con cierta flexibilidad para ajustar con relativa frecuencia las variables de política conforme a la evolución concreta de la economía. Los ciudadanos, por tanto, perciben las acciones de política como un proceso estocástico más o menos estable, y son incapaces de percibir cambios "suaves" en dichas acciones, aunque ciertamente percibirían un cambio cualitativo permanente en el mecanismo de decisión. Por tanto, un modelo econométrico no será útil para predecir el efecto de cambios bruscos o permanentes en el régimen de política, pero sí para evaluar el efecto de pequeñas revisiones temporales en los valores de los instrumentos.

Por otra parte, Sims afirma que no es imprescindible contar con modelos en forma estructural, es decir que incluyan de manera explícita todos los mecanismos de decisión de

²⁸ Sims (1982)

los agentes. A efectos de previsión o evaluación de distintas políticas, es suficiente con disponer de lo que él llama "*formas reducidas válidas*".

En concreto, aunque fuese de interés disponer de una modelización explícita de la formación de las expectativas, no es necesario para que el modelo pueda ser útil. De hecho, lo normal es que los agentes formen sus expectativas mediante la observación de los datos pasados de las variables, y por tanto, las series temporales económicas contienen toda la información relevante para evaluar el efecto que la formación de las expectativas tendrá sobre la futura evolución de la economía. Una buena forma reducida, debe hacer depender los valores futuros de las variables económicas de sus valores presentes y pasados, tal vez de forma no lineal, aunque dicha dependencia se pueda representar de forma satisfactoria con un modelo lineal.

Sims defiende la utilidad de los MES para predecir, aunque por otra parte critica su forma de imponer a priori restricciones de identificación sobre la forma del modelo, y más en concreto, la clasificación de las variables como endógenas y exógenas. Como alternativa metodológica, Sims propone los modelos VAR, que permiten contemplar de forma más general las relaciones de dependencia entre las distintas variables, permitiendo que todas sean endógenas.

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un enfoque multicriterio para la resolución de algunos problemas de Política Macroeconómica. Partiendo de un modelo sencillo, se ilustra la potencial utilidad de este tipo de técnicas para la toma de decisiones del Gobierno. A partir de ahí, no es difícil enriquecer dicho modelo con nuevos elementos para hacerlo más realista o para adaptarlo a las necesidades particulares.

En cuanto a la aplicabilidad práctica de este enfoque, teniendo en cuenta la crítica de Lucas y la posterior reflexión de Sims, sería poco realista tratar de emplear las técnicas aquí presentadas para reformular por completo las pautas decisionales de política económica. Su campo de acción es más bien el seguimiento habitual y ajuste de los instrumentos de política

dependiendo de la evolución de las variables objetivo. El mayor o menor éxito de esta técnica depende de:

- La más o menos afortunada especificación del modelo y su correcta estimación econométrica,
- la estabilidad del entorno económico, puesto que utilizamos un modelo en forma reducida, cuya estimación es sensible a las condiciones económicas.

Por otra parte, haciendo abstracción del modelo elegido, de los objetivos e instrumentos que se incluyan, y en definitiva de cuál sea el problema concreto planteado, la enseñanza principal del trabajo consiste en el esbozo de un marco metodológico para abordar las decisiones públicas con técnicas lo suficientemente flexibles y potentes como para atender a varios objetivos a la vez, según las necesidades y preferencias del centro decisor.

Es cierto que a menudo la formalización y resolución, analítica o numérica, de los problemas reales de decisión dista de ser sencilla, máxime cuanto se trata de controlar la evolución de las variables macroeconómicas de un país. Pero precisamente por ello, merece la pena profundizar en la búsqueda de métodos que nos faciliten esa labor y permitan adoptar decisiones cada vez más conscientes y eficaces.

BIBLIOGRAFÍA

- Amador, F. and C. Romero (1989) "*Redundancy in Lexicographic Goal Programming*", *European Journal of Operational Research* 41: pp. 347-354.
- Ballesteros E, and C. Romero (1994) "*Utility Optimization When the Utility Function is Virtually Unknown*", *Theory and Decision* 37: pp. 233-243.
- Carlstrom, C. T. and T. S. Fuerst (1995) "*Interest Rate Rules vs. Money Growth rules. A Welfare Comparison in a Cash-in-Advance Economy*", *Journal of Monetary Economics* 36: pp. 247-267.
- Cooley T. F. and G. D. Hansen (1992) "*Tax Distortions in a Neoclassical Monetary Economy*", *Journal of Economic Theory* 58: pp. 290-316.
- Dauer, J. P. and R. J. Krueger (1977) "*An Interactive Approach to Goal Programming*", *Operational Research Quarterly*, vol. 28: pp. 671-681.

- Dornbusch R. y S. Fischer (1990) Macroeconomía (Cuarta Edición), ed. Mc. Graw Hill.
- Galindo Martín, M. A. (1992) Lecciones de Política Macroeconómica, ed. ESIC.
- Hicks, J. R. (1937) "Mr. Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation", Econometrica, pp. 147-159.
- Ignizio, J. P. (1978) "A Review of Goal Programming: A Tool for Multiobjective Analysis" Journal of the Operational Research Society, vol. 27: pp. 1109-1119.
- Jones, D. F. and M. Tamiz (1995) "Expanding the Flexibility of Goal Programming via Preference Modelling Techniques" Omega, vol. 23: pp. 41-48.
- Lucas, R. E. (1976) "Econometric Policy evaluation: A critique", in Brunner and Meltzer (eds) The Phillips Curve and Labour Markets, Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy, 1: 19-46.
- Lucas, R. E. and N. Stockey (1983) "Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Economy without Capital" Journal of Monetary Economics, 12: 55-93.
- Poole, W. (1970) "Optimal Choice of Monetary Policy in a Simple Stochastic Macro Model" Quarterly Journal of Economics, 84: 197-216.
- Ramsey, F. P. (1929) "A Contribution to the Theory of Taxation", The Economic Journal, 47-61.
- Romero, C. (1991) Handbook of Critical Issues in Goal Programming, Pergamon Press, Oxford.
- Romero C. (1993) Teoría de la Decisión Multicriterio: Conceptos, Técnicas y Aplicaciones, Alianza Universidad Textos.
- Sims C. (1982) "Policy Analysis with Econometric Models", Brooking Papers on Economic Activity, 1: 107-152.
- Spivey, W. A. and H. Tamura (1970) "Goal Programming in Econometrics", Naval Res. Logist. Quart., vol. 17, N. 1 (March) pp. 183-192
- Tamiz, M. ; D. F. Jones and E. El-Darzi (1995) "A Review of Goal Programming and its applications", Annals of Operations Research, vol. 58, pp. 39-53
- Wallenius H, J. Wallenius and P. Vartia (1978) "An Approach to solving Multiple Criteria Macroeconomic Policy Problems and an Application", Management Science, vol. 24, No 10, June, pp. 1021-1030.
- Zeleny, M. and J. L. Cochrane. (1978) "A Priori and A Posteriori Goals in Macroeconomic Policy Making" in Multiple Criteria Decision Making, Cochrane, J. and M. Zeleny (eds.), Columbia, South Carolina. pp. 373-391.